

Durée : 3 heures

🌀 Baccalauréat ES Centres étrangers 16 juin 2011 🌀

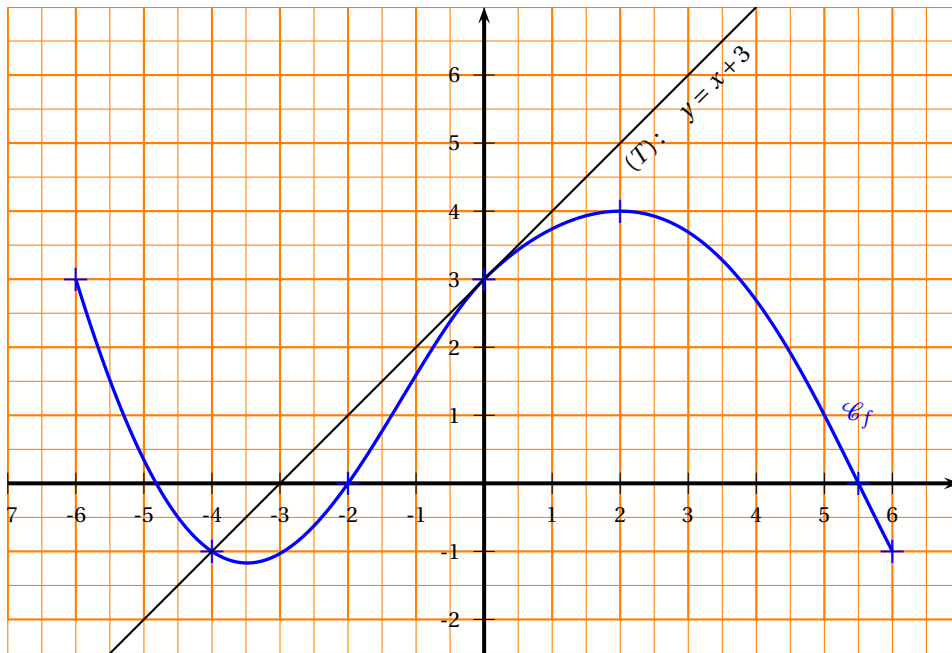
EXERCICE 1

4 points

Commun à tous les candidats

On donne ci-dessous, dans un repère orthogonal du plan  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , la courbe  $(\mathcal{C}_f)$  représentative d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur l'intervalle  $[-6; 6]$ .

La droite  $(T)$  d'équation  $y = x + 3$  est tangente à la courbe  $(\mathcal{C}_f)$  au point I de coordonnées  $(0; 3)$ .



Cet exercice est un **questionnaire à choix multiples**. Pour chacune des trois questions, trois réponses sont proposées ; une seule de ces réponses convient. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte sans justifier le choix effectué. Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte ne rapporte ni n'enlève aucun point.

1. Le nombre dérivé de  $f$  en 0 est :

- a. 0                      b. 1                      c. 3

2. On pose  $J = \int_{-1}^0 f(x) dx$ . On peut affirmer que :

- a.  $-2 < J < 0$                       b.  $-4 < J < -2$                       c.  $2 < J < 4$

3. On appelle  $F$  une primitive de  $f$  sur l'intervalle  $[-6; 6]$ .

- a.  $F$  est croissante sur l'intervalle  $[-3; 2]$  ;  
b.  $F$  est décroissante sur l'intervalle  $[-1; 5]$  ;  
c.  $F$  est croissante sur l'intervalle  $[-1; 5]$

4. On considère la fonction  $g$  définie sur l'intervalle  $[-6; 6]$  par :  $g(x) = \exp[f(x)] = e^{f(x)}$   
On peut affirmer que :

- a. la fonction  $g$  a les mêmes variations que  $f$  sur l'intervalle  $[-6 ; 6]$ .
- b. la fonction  $g$  est strictement croissante sur l'intervalle  $[-6 ; 6]$
- c. la fonction  $g$  a les variations inverses de celles de  $f$  sur l'intervalle  $[-6 ; 6]$ .

**EXERCICE 2****5 points****Candidat n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité**

Le tableau ci-dessous présente l'évolution du nombre d'internautes en Chine de 2002 à 2009.

Les rangs des années sont calculés par rapport à l'année 2000.

Année	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Rang de l'année $x_i$	2	3	4	5	6	7	8	9
Nombre d'internautes $y_i$ (en millions)	60	70	95	100	140	160	250	385

On cherche à étudier l'évolution du nombre d'internautes en fonction du rang  $x$  de l'année.

- Calculer le taux d'évolution de ce nombre d'internautes entre 2002 et 2009. On donnera le résultat à 0,1 près.
- Représenter sur votre copie le nuage de points  $M_i(x_i ; y_i)$  associé à cette série statistique dans le plan muni d'un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques :
  - Sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 1 an,
  - Sur l'axe des ordonnées, 1 cm pour 20 millions d'internautes (en plaçant 50 à l'origine).
- On cherche dans un premier temps un ajustement affine.
  - Déterminer une équation de la droite d'ajustement de  $y$  en  $x$  obtenue par la méthode des moindres carrés (*aucune justification n'est exigée, les calculs seront effectués à la calculatrice et les coefficients arrondis à l'unité*). Tracer cette droite sur le graphique précédent.
  - En supposant que cet ajustement reste valable pour l'année suivante, donner une estimation, arrondie au million, du nombre d'internautes en Chine en 2010.
- Une étude récente a montré qu'au 1<sup>er</sup> mai 2010, on a dépassé les 400 millions d'internautes en Chine. On envisage donc un ajustement exponentiel et on pose  $z = \ln y$ .
  - Recopier et compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs de  $z_i$  au millièème :

$x_i$	2	3	4	5	6	7	8	9
$z_i = \ln y_i$	4,094							

- Déterminer une équation de la droite d'ajustement de  $z$  en  $x$  obtenue par la méthode des moindres carrés (*aucune justification n'est exigée, les calculs seront effectués à la calculatrice et les coefficients arrondis au millièème*).
- En déduire une expression de  $y$  en fonction de  $x$ .
- En prenant l'approximation  $y \approx 32,5 \times e^{0,253x}$  et en supposant qu'elle reste valable pour les années suivantes, donner une estimation, arrondie au million, du nombre d'internautes en 2012.

**EXERCICE 2****5 points****Candidat ayant suivi l'enseignement de spécialité**

On considère la fonction  $f$ , définie pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[0 ; 10]$  et tout réel  $y$  de l'intervalle  $[0 ; 8]$  par

$$f(x ; y) = \frac{1}{4}xy.$$

La représentation graphique de la surface (S) d'équation  $z = f(x ; y)$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  est donnée en **annexe 1**.

**Partie A**

1. Sur le graphique de l'**annexe 1** colorer la courbe de niveau ( $\Gamma$ ) de cote 10. Donner la nature de cette courbe.
2. Placer sur le graphique de l'**annexe 1** le point C d'ordonnée 5 appartenant à cette courbe ( $\Gamma$ ).  
Déterminer graphiquement l'abscisse de ce point
3. Vérifier que le point B de coordonnées  $(6 ; 2 ; 3)$  appartient à la surface (S).

**Partie B**

Les membres du bureau du foyer socio-éducatif d'un lycée font une étude pour déterminer quelle cotisation demander par élève au cours de l'année 2010.

Ils voudraient investir le quart des cotisations dans la rénovation de la salle de détente, réservée aux élèves.

Si la cotisation s'élève à  $x$  euros avec  $0 \leq x \leq 10$  et si  $y$  centaines d'élèves adhèrent au foyer avec  $0 \leq y \leq 8$ , la somme allouée aux travaux de rénovation de la salle de détente en centaines d'euros sera égale à  $f(x ; y)$ .

1. Quelle est la somme allouée à la rénovation de la salle de détente lorsque la cotisation est fixée à 6 euros par élève et que 600 élèves sont adhérents au foyer?
2. Les membres du foyer font l'hypothèse que le nombre  $y$ , en centaines d'adhérents, et le nombre  $x$ , en euros, sont directement liés par la relation  $y = 12 - x$ 
  - a. Montrer que, sous cette contrainte, on peut exprimer  $f(x ; y)$  en fonction de la seule variable  $x$  sous la forme  $h(x) = 3x - \frac{1}{4}x^2$ .
  - b. Déterminer pour quelle valeur de  $x$  la somme allouée sera la plus élevée.
  - c. De quelle somme en euros disposeront les membres du foyer pour la rénovation dans ce cas?

**EXERCICE 3****5 points****Commun à tous les candidats****Partie A**

On considère la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $I = \left[0 ; \frac{3}{2}\right]$  par

$$f(x) = \ln(-2x + 3) + 2x.$$

La fonction  $f$  est dérivable sur l'intervalle  $I$  et on note  $f'$  sa fonction dérivée.

1. Étudier la limite de  $f$  en  $\frac{3}{2}$ .
2. a. Montrer que la fonction  $f'$  est définie sur l'intervalle  $I$  par  $f'(x) = \frac{-4x + 4}{-2x + 3}$ .

- b. Déterminer le signe de  $f'(x)$  sur l'intervalle I et donner le tableau des variations de  $f$ .
3. a. Montrer que, sur l'intervalle  $[0; 1]$ , l'équation  $f(x) = 1,9$  admet une unique solution  $\alpha$ .
- b. Donner une valeur approchée à  $10^{-2}$  près par défaut de  $\alpha$ .

**Partie B** Application de la partie A

Une entreprise, fournisseur d'énergie, envisage d'installer un parc d'éoliennes en pleine mer.

L'installation du parc en mer nécessite un câblage coûteux et délicat, mais le fait d'éloigner les éoliennes des turbulences dues aux reliefs de la côte améliore leur rendement.

On note  $x$  la distance en dizaines de kilomètres séparant le parc de la côte.

Pour des raisons techniques, l'installation doit se faire entre deux et douze kilomètres de la côte, c'est-à-dire qu'on a  $0,2 \leq x \leq 1,2$ .

Un service spécialisé, au sein de l'entreprise, arrive à la modélisation suivante :

Si l'installation se fait à  $x$  dizaines de kilomètres de la côte, le bénéfice en centaines de milliers d'euros réalisé, par année de fonctionnement du parc, est donné par  $f(x)$ .

1. a. À combien de kilomètres de la côte le fournisseur d'énergie doit-il placer le parc pour que son bénéfice soit maximal ?
- b. Déterminer le bénéfice réalisé, en euros, en plaçant le parc à cette distance.
2. À partir de quelle distance  $x$  de la côte, exprimée en dizaines de kilomètres, le bénéfice dépasse-t-il 190 000 euros ?

**EXERCICE 4****6 points****Commun à tous les candidats**

Un producteur de fruits rouges propose en vente directe des framboises, des groseilles et des myrtilles.

Le client peut acheter, soit des barquettes de fruits à déguster, soit des barquettes de fruits à confiture.

Le producteur a remarqué que, parmi ses clients, 9 sur 10 achètent une barquette de fruits à confiture. Lorsqu'un client achète une barquette de fruits à confiture, la probabilité qu'il demande une barquette de myrtilles est de 0,3 et la probabilité qu'il demande une barquette de groseilles est de 0,5.

Lorsqu'un client achète une barquette de fruits à déguster, il ne demande jamais des groseilles et demande des framboises dans 60 % des cas.

Un client achète une barquette. On notera :

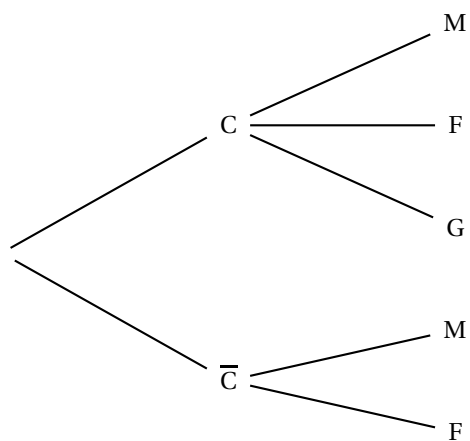
- C l'évènement « le client achète une barquette de fruits à confiture »,
- F l'évènement « le client demande des framboises »,
- G l'évènement « le client demande des groseilles »,
- M l'évènement « le client demande des myrtilles ».

1. Reporter sur l'arbre donné en **annexe 2** les données de l'énoncé.  
On pourra compléter l'arbre avec les réponses obtenues dans les questions suivantes.
2. a. Calculer la probabilité que le client demande des framboises sachant qu'il achète une barquette de fruits à confiture.
- b. Le client achète une barquette de fruits à déguster ; quelle est la probabilité qu'il demande des myrtilles ?

3. Montrer que la probabilité que le client achète une barquette de framboises est égale à 0,24.
4. Le client achète une barquette de framboises. Quelle est la probabilité que ce soit une barquette de fruits à confiture ?
5. Le producteur vend 5 euros la barquette de fruits à confiture, quel que soit le fruit, 2 euros la barquette de framboises à déguster et 3 euros la barquette de myrtilles à déguster ;
- a. On note  $x_i$  les valeurs possibles, en euros, du gain du producteur par barquette vendue et  $p_i$  leur probabilité. Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi du gain du producteur par barquette vendue. On justifiera les réponses.

Valeur : $x_i$	5	2	3
Probabilité associée : $p_i$			

- b. Calculer l'espérance de cette loi de probabilité.
- c. Déterminer le gain en euros que le producteur peut espérer pour 150 barquettes vendues ?

**Annexe****(à rendre avec la copie)****Exercice 4**

**Annexe 1**  
**(à rendre avec la copie)**

**Exercice 2 (enseignement de spécialité)**

**Surface (S)**

